Областная олимпиада. 9 класс. Могилев. 1998 г.

Условия задач. Теоретический тур.

1. В коридоре длиной 11 м и с высотой потолка 3 м у самого начала ударяют о пол мяч со скоростью 10 м/с под углом 60^{o} к горизонту. На какой высоте от пола ударяется мяч о торцевую стенку коридора?

2. Электроплитка содержит три спирали сопротивлением 120 Ом каждая, соединенные параллельно друг другу. Эта плитка включается в сеть последовательно с резистором сопротивлением 500 Ом. Как изменяется время необходимое для нагревания на плитке чайника с водой, если одна из спиралей перегорит.

3. В стакане, доверху наполненном водой и закрытом сверху, плавает деревянный шарик. Как изменится сила давления шарика на крышку, если стакан движется с ускорением a, направленным вверх.

4. Из ведра налили в кастрюлю некоторое количество воды, затем поставили кастрюлю на нагреватель и через 30 минут вода в ней закипела. Тогда из того же ведра зачерпнули еще некоторое количество воды и долили в кастрюлю. При этом температура воды в кастрюле понизилась на 12 ^{o}С. Через 5 минут после этого вода в кастрюле закипела. Какова температура воды в вере. Теплообмен воды с внешней средой не учитывать.

5. Трактор «Беларусь» поворачивает так, что частота вращения одного из задних колес равна n_1 = 1,5 об/с, а другого n_2 = 1,4 об/с. Расстояние между колесами равно l = 1,9 м. Определите радиус разворота трактора.

Экспериментальный тур.

1. Определите экспериментально положение главных фокусов оптической системы двух линз расположенных на расстоянии L друг от друга.

Оборудование: собирающая линза *Л*1, рассеивающая линза *Л*2, вспомогательная линза *Л*, батарейка, лампочка, экран, линейка.

2. Определить отношение масс сосудов.

Оборудование: два прозрачных сосуда из одинакового материала (стекла), ведро с водой, липкая лента для отметки уровней воды, груша для переливания воды.

3. С поверхности горизонтального диска радиуса R = 1 м, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω = 0,50 $с^{-1}$, на высоте H = 2 м над поверхностью Земли случайно слетают водяные капли. Определите радиус мокрого пятна на поверхности земли.

Решение задач.

Решение 1. Определим максимальную высоту подъема мяча.

$$H_{\max}=\frac{v_o^2\sin^2\alpha}{2g}=3{,}827\ \text{м},$$

что больше высоты потолка. Запишем уравнение высоты $H=v_o\sin\alpha\cdot t-\frac{gt^2}{2}$ и найдем время подъема мяча до потолка $t_1=\frac{v_o\sin\alpha-\sqrt{v_o^2\sin^2\alpha-2gH}}{g}$, t_1 – время подъема мяча. Сопротивление воздуха не учитываем. Тогда дальность полета мяча $l_1=2v_o\cos\alpha\cdot t_1$. Оценим количество соударений мяча с полом. Дальность полета мяча, после подстановки значений, составит 4,79 м. Следовательно, мяч ударится 2 раза. Второй раз мяч отскочит на расстоянии l_2 = 11 м – 2 × 4,79 м = 1,42 м. Записав уравнение высоты, дальности полета найдем высоту удара мяча о стенку.

$$h=v_o\sin\alpha\cdot t_2-\frac{gt_2^2}{2},\ l_2=v_o\cos\alpha\cdot t_2,\ t_2=\frac{l_2}{v_o\cos\alpha},\ h=v_o\sin\alpha\cdot\frac{l_2}{v_o\cos\alpha}-\frac{gl_2^2}{2v_o^2\cos^2\alpha}.$$

После вычислений, окончательно находим h = 2,03 м.

Решение 2. Три спирали исправны

$$I_1^2R_1t_1=Q,\ I_1=\frac{U}{\frac{R}{3}+R_o}=\frac{3U}{R+3R_o}\ \text{и}\ Q=\frac{9U^2}{(R+3R_o)^2}\frac{3R}{9}\cdot t_1\Rightarrow t_1=\frac{Q(R+3R_o)^2}{3RU^2}.$$

Две спирали исправны

$$I_2^2R_2t_2=Q,\ I_2=\frac{U}{\frac{R}{2}+R_o}=\frac{2U}{R+2R_o}\ \text{и}\ Q=\frac{4U^2}{(R+2R_o)^2}\frac{R}{2}\cdot t_2\Rightarrow t_2=\frac{Q(R+2R_o)^2}{2RU^2}.$$

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{Q(R+2R_o)^2 3U^2R}{2U^2RQ(R+3R_o)^2}=\frac{3}{2}\frac{(R+2R_o)^2}{(R+3R_o)^2}=\frac{3}{2}\frac{(120+100)^2}{(120+150)^2}=0{,}9958\approx 1.$$

Решение 3. Сила давления шарика на крышку, когда стакан неподвижен

$$F_{д1}=F_{a1}-mg=gV(\rho_ж-\rho_д).$$

Сила давления шарика на крышку в случае движения стакана

$$ma=F_{a2}-mg-F_{д2}\Rightarrow F_{д2}=F_{a2}-m(a+g).$$

Для жидкости $Ma=-Mg+N$, следовательно, $N=M(a+g)$, $F_{a2}=\rho_жV(a+g)$. Давление шарика на крышку равно $F_{д2}=\rho_жV(a+g)-\rho_дV(a+g)=V(a+g)(\rho_ж-\rho_д)$. Найдем отношение давлений

$$\frac{F_{д2}}{F_{д1}}=\frac{V(a+g)(\rho_ж-\rho_д)}{Vg(\rho_ж-\rho_д)}=1+\frac{a}{g}.$$

Решение 4. При нагревании первой порции воды $m_1c(t_2 - t_1) = \tau_1 N$, N – полезная мощность нагревателя. При нагревании второй порции воды $m_2c(t_2 - t_1) = \tau_2 N$. Отношение масса воды $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\tau_1}{\tau_2}$. При смешении двух порций воды

$$m_1c\Delta t = m_2(t_2 - \Delta t - t_1) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{t_2 - \Delta t - t_1}{\Delta t}.$$

Из последнего равенства находим t_1:

$$t_1 = t_2 - \Delta t(1 + \frac{m_1}{m_2}) \Rightarrow t_2 - \Delta t(1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}).$$

После вычислений, находим t_1 = 16 ^{o}C.

Решение 5. Обозначим ω – угловая скорость разворота середины трактора. Тогда

$$v_1 = 2\pi n_1 r = \omega(R + \frac{l}{2})$$

и

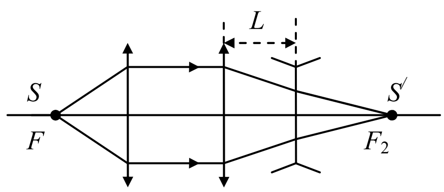
$$v_2 = 2\pi n_2 r = \omega(R - \frac{l}{2}).$$

Решая совместно этих два уравнения, найдем

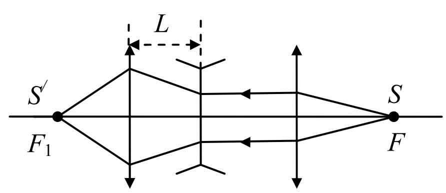
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{R + l/2}{R - l/2},\ n_1R - n_1l/2 = n_2R + n_2l/2 \Rightarrow R = \frac{l}{2}\frac{n_1 + n_2}{n_1 - n_2}.\ R = \frac{1{,}9}{2}\frac{1{,}5 + 1{,}4}{1{,}5 - 1{,}4} = 27{,}6 \text{ м.}$$

Экспериментальный тур.

Решение 1. Положение главных фокусов оптической системы можно найти, направив параллельный пучок света вдоль главной оптической оси системы. Для этого нить лампочки устанавливается в главном фокусе вспомогательной линзы. Поверка параллельности пучка света проводится с помощью измерения диаметра пятна на экране при перемещении последнего вдоль пучка.



Расположим данную систему двух линз и вспомогательную линзу так, чтобы их главные оптические оси совпали, находим задний фокус F_2 оптической системы – место получения изображения на экране нити лампочки.



Направив параллельный пучок света с другой стороны системы, определим положение переднего фокуса F_1.

Решение 2. В один из сосудов (назовем его первым) наливаем такое количество воды, чтобы при опускании этого сосуда в ведро с водой он погружался до краев, но не тонул. В соответствии с условием плавания тел имеем

$$m_1 g + \rho_o V_o g = \rho_o(V_o + V_1 + V_C)g,$$

где m_1 – масса 1-го сосуда, ρ_o – плотность воды, V_o – объем воды в сосуде, V_1 – объем сосуда, не заполненный водой, V_C – объем стекла, из которого изготовлен сосуд. Отсюда следует $m_1 = \rho_o(V_1 + V_C) = \rho_o(V_1 + \frac{m_1}{\rho_C}) = \frac{V_1}{\frac{1}{\rho_o} - \frac{1}{\rho_C}}$, где ρ_C – плотность стекла.

Аналогично для массы второго сосуда получим $m_2 = \frac{V_2}{\frac{1}{\rho_o} - \frac{1}{\rho_C}}$. Следовательно, отношение масса равно отношению объемов $\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1}{V_2}$. Отношение объемов можно определить разными способами, предварительно отметив липкой лентой, уровень жидкости в сосуде $V_1 = n_1 V_{гр}$, $V_2 = n_2 V_{гр}$, $V_{гр}$ – объем груши. Следовательно, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}$, где n_i – максимальное целое число объемов груши.

<u>Решение 3.</u> Время падения капли

$$\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Дальность полета

$$S = \omega R \cdot \tau = \omega R \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Радиус мокрого пятна равен

$$r = \sqrt{R^2 + S^2} = R\sqrt{1 + \frac{2H\omega^2}{g}} = 1{,}05 \text{ м}.$$