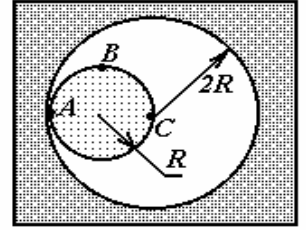
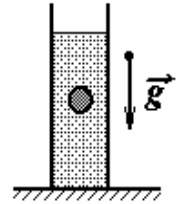


Условия задач. Теоретический тур.

1. Диск радиусом R катится без проскальзывания по боковой поверхности круглого выреза радиусом $2R$ в плоской пластине. Центр диска движется с постоянной по модулю скоростью v . Каковы траектории движения точек A , B , C ? Чему равна максимальная скорость их движения?



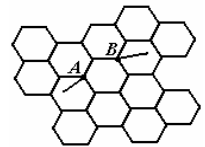
2. В вертикальный цилиндрический сосуд с жидким маслом опустили шарик массой m , который стал погружаться с постоянной скоростью. На сколько увеличилась сила давления на дно сосуда в ходе погружения шарика, если его плотность в n раз больше плотности масла?



3. Какую механическую работу необходимо совершить, чтобы нагреть полфунта воды, находящейся при температуре 122°F (градуса Фаренгейта) до температуры 72°R (градуса Реомюра). Удельная теплоемкость воды $c = 1,0$ кал/(г \cdot °C)? Один фунт равен 400 г.

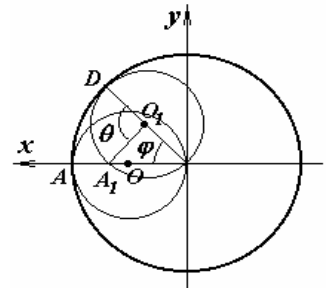
Шкала Цельсия	0°C	100°C
Шкала Реомюра	0°R	80°R
Шкала Фаренгейта	32°F	212°F

4. Определите электрическое сопротивление цепи между точками A и B бесконечной гексагональной сетки. Сопротивление каждого звена сетки R .



Решения задач.

Решение 1. Рассмотрим движение точки A . Пусть она переходит в точку A_1 , D — новая точка касания выреза. При таком повороте колеса на угол Θ его центр сместится на угол φ относительно центра выреза. Так как качение происходит без проскальзывания, то длины дуг AD и A_1D равны, то есть



$$R\Theta = 2R\varphi$$

или

$$\Theta = 2\varphi.$$

Запишем координаты точки A_1

$$x = R \cos \varphi + R \cos(\Theta - \varphi),$$

$$y = R \sin \varphi - R \sin(\Theta - \varphi).$$

С учетом связи между углами Θ и φ получим

$$\begin{cases} x = 2r \cos \Theta, \\ y = 0. \end{cases}$$

Таким образом, при изменении угла φ от 0 до 2π , x изменяется от $2R$ до $-2R$ а y при этом остается равным нулю. Иными словами траектория точки есть диаметр выреза, проходящий через точку. Аналогично можно показать, что траектории точек B и C также являются отрезками прямых (диаметрами). Какими, подумайте самостоятельно.

Решение 2. При движении шарика в сосуде сила сопротивления зависит от его скорости. Следовательно, шарик будет двигаться с постоянной скоростью, поэтому суммарная сила, действующая со стороны жидкости на шарик, равна силе тяжести mg . Тогда по третьему закону Ньютона с такой же силой шарик действует на жидкость. Так как центр масс жидкости перемещается без ускорения, то сумма всех сил, действующих на жидкость равна нулю. Таким образом, сила, действующая на жидкость со стороны шарика, должна быть скомпенсирована дополнительной силой со стороны дна и стенок сосуда, которая также равна mg .

Решение 3. Искомую работу можно рассчитать по формуле

$$A = Q = cm(T_{жс} - T_H),$$

для чего необходимо привести все единицы измерения к одной системе (например, СИ), в итоге $A = 33,6$ кДж.

Решение 4. Для решения этой задачи воспользуемся принципом суперпозиции токов и симметрией схемы. Допустим, что через подводящий контакт к точке A идет ток I . Тогда в отсутствии вывода B токи в ближайших звеньях будут равны $I/3$ а в следующих $I/6$. При подключении к точке B источника с силой тока $-I$ распределение токов будет аналогичным. Таким образом, при одновременном подключении к точкам A и B , ток в двух звеньях, соединяющих эти точки

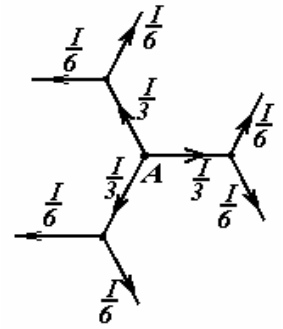
$$I_1 = \frac{I}{3} + \frac{I}{6} = \frac{I}{2},$$

а падение напряжения между ними

$$U = I_1 2R = IR.$$

Следовательно, сопротивление всей цепи

$$R_{об} = \frac{U}{I} = R.$$



Республиканская олимпиада. 9 класс. Брест 1993 г