



*Республиканская  
физическая  
олимпиада  
(III этап)  
2007 год*

*Экспериментальный тур  
Решения задач*

*Заметки для организаторов олимпиады и членов жюри (здесь и далее выделены курсивом):*

- 1. Мы «авторские» решения предложенных задач, в которых количество измерений превышает ожидаемое от участников (у нас времени было побольше), комментарии даны кратко (мы уверены, что вам они не очень нужны).*
- 2. Во многих задачах наши результаты могут отличаться от ваших, основная причина возможных отличий – не идентичность оборудования. Рекомендуем самостоятельно провести прикидочные измерения на использованном вами оборудовании. Надеемся, однако, что основные тенденции, выявленные нами, проявятся и у вас.*

## 9 класс.

### Задание 1. «Очень малые сопротивления»

Данное задание требует особой тщательности измерений, особенно важно следить за наличием контакта между проволокой реохорда и проводом, соединяющим его с измерительным прибором. Для проведения измерений в качестве «щупа» можно использовать небольшой кусочек жесткой проволоочки – нами использовалась медная проволоочка от канцелярской скрепки. Обращаем внимание на необходимость использования двух одинаковых соединительных проводков (лучше чтобы они были стальными – у них сопротивление немного больше, чем у медных) при подключении амперметра в Части 3.

Во всех измерениях, связанных с изменением длины части реохорда, удобно перемещать контакт до тех пор, пока стрелка прибора не совпадет с одним из делений шкалы – в этом случае следует определять положение контакта  $x$ . Таким образом достигается большая точность измерений (нет необходимости «высматривать доли делений шкалы амперметра и вольтметра).

#### Часть 1.

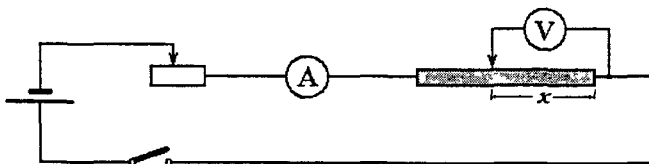


Рис. 1

При указанном соединении сила тока в цепи практически не зависит от величины  $x$ , что свидетельствует о крайней малости сопротивления проволоки реохорда по сравнению с сопротивлением вольтметра. Об этом же свидетельствуют и малые величины измеряемых напряжений. Поэтому измерения следует проводить при больших токах. Так как напряжения малы, то при токах порядка 1А удается получить значения всего в двух-трех точках.

Результаты измерений приведены в Таблице 1 и на графике 1.

$U, B$	$x, мм$	
	$I = 1,1A$	$I = 1,3A$
0,2	175	101
0,4	385	243
0,6		376

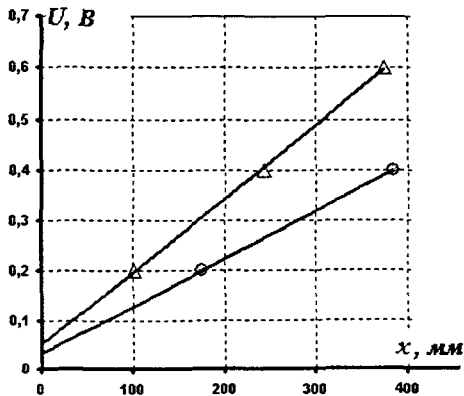


Рис. 1 Зависимость напряжения от длины участка проволоки

График, построенный по трем точкам линеен, поэтому и вторая зависимость также построена как линейная. Важно отметить, что при  $x \rightarrow 0$  эти прямые не проходят через нуль, что является следствием заметного сопротивления контакта  $R_{\text{кон}}$  между концом проволоки реохорда и соединительным проводом. Важно отметить, что при  $x \rightarrow 0$  прямые приходят практически в одну точку.

Легко показать, что данная зависимость определяется законом Ома для участка цепи

$$U = I(rx + R_{\text{кон}}). \quad (1)$$

Для определения искомого сопротивления единицы длины проволоки реохорда следует воспользоваться выражением

$$r = \frac{1}{I} \frac{\Delta U}{\Delta x}. \quad (2)$$

Расчет по этой формуле приводит к следующим результатам (коэффициенты наклона  $\frac{\Delta U}{\Delta x}$  можно снять с графиков, можно воспользоваться таблицей):

Для тока  $I = 1,3 \text{ A}$ :

$$r = \frac{1}{1,3} \cdot \frac{0,6 - 0,2}{376 - 101} \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}$$

Для тока  $I = 1,1 \text{ A}$ :

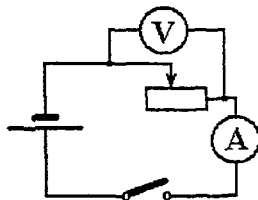
$$r = \frac{1}{1,1} \cdot \frac{0,4 - 0,2}{385 - 175} \approx 1,05 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}$$

Таким образом, сопротивление единицы длины проволоки реохорда равно

$$r \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}$$

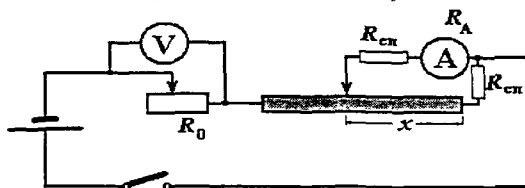
## Часть 2.

Для установки требуемого значения сопротивления реостата следует использовать очевидную схему. Двигая движок реостата следует добиться того, чтобы отношение  $\frac{U}{I}$  стало равным требуемому значению 1,3 Ом.



## Часть 3. Амперметр и соединительные провода.

Для описания исследуемой зависимости построим эквивалентную схему, в которой явно укажем сопротивления исследуемых соединительных проводов.



Понятно, что общий ток в цепи  $I_0 = \frac{U}{R_0}$  делится между амперметром и параллельной ветвью в отношении обратном к их сопротивлениям. Поэтому

$$\frac{U}{R_0} = I_A \left( \frac{R_{cn} + R_A}{R_{cn} + rx} + 1 \right). \quad (3)$$

Для экспериментальной проверки этой формулы ее удобно линеаризовать, к виду

$$\frac{I_A}{\frac{U}{R_0} - I_A} = \frac{R_{cn} + rx}{R_{cn} + R_A} = \frac{r}{R_{cn} + R_A} x + \frac{R_{cn}}{R_{cn} + R_A}. \quad (4)$$

Заметим, что эту пропорцию можно записать сразу – как отношение токов. Формула (4) допускает прямую экспериментальную проверку.

При проведении измерений по указанной схеме оказалось, что напряжение на реостате изменяется незначительно (в пределах от 1,55 В до 1,75 В), провести точные измерения весьма затруднительно, поэтому можно приближенно считать, что эта зависимость линейна. Такое слабое изменение напряжения свидетельствует, что сумма сопротивлений реостата и источника заметно больше сопротивления проволоки реохорда. Результаты измерений приведены в таблице 2 и на графике 2. В последнее графе приведены рассчитанные значения отношений токов (взяты при среднем значении напряжения  $\tilde{U} = 1,65B$ ).

Таблица 2.

$x, мм$	$I_A, A$	$\frac{I_A}{\frac{\tilde{U}}{R_0} - I_A}$
0	0,35	0,38
9	0,4	0,46
22	0,45	0,55
35	0,5	0,65
50	0,55	0,76
66	0,6	0,90
81	0,65	1,05
105	0,7	1,23
130	0,75	1,44
160	0,8	1,70
197	0,85	2,03
227	0,9	2,44
270	0,95	2,98
325	1	3,71
390	1,05	4,79

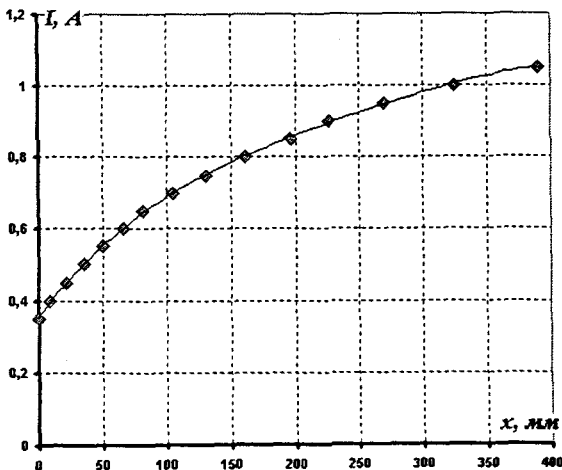


Рис. 2 Зависимость силы тока от длины участка проволоки

Хорошо видно, что зависимость не линейна и не проходит через начало координат. Последнее свидетельствует, что сопротивление соединительного провода сравнимо с сопротивлением вольтметра.

На графике 3 приведена «линеаризованная» зависимость отношения токов от длины участка проволоки.

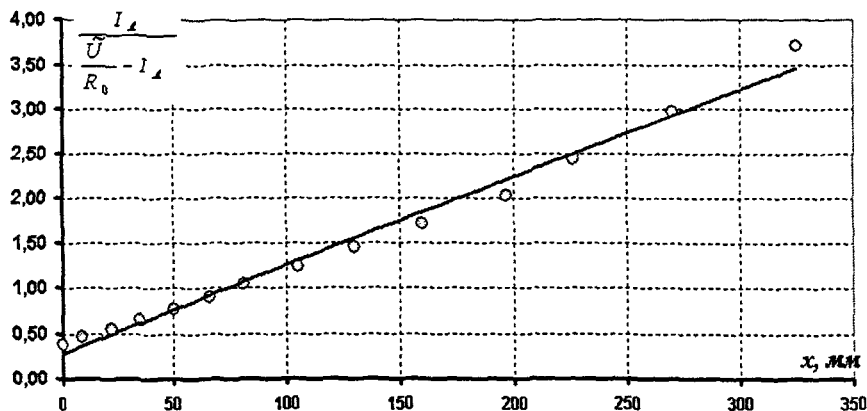


Рис. 3 Зависимость отношений сил токов о длины участка проволоки

Видно, что данная зависимость близка к линейной (хотя отклонения от линейности хорошо заметны). Тем не менее, можно считать, что полученная формула (4) справедлива.

Чтобы доказать, что нелинейность связана с незначительным изменением суммарной силы тока в цепи, на рис. 4 построена аналогичная зависимость, рассчитанная по тем же экспериментальным данным, но с учетом незначительного изменения напряжения на реостате (для него использовалась линейная аппроксимация).

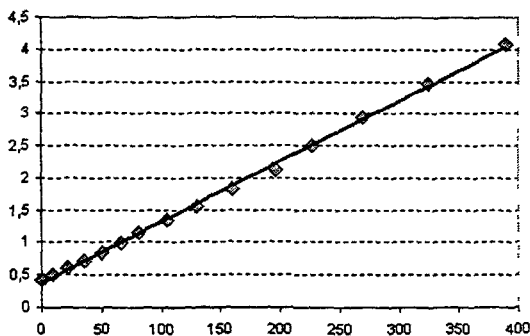


Рис. 4 Расчет с изменением напряжения

Запишем зависимость (4) в виде  $Y = ax + b$ , где  $a = \frac{r}{R_{cn} + R_A}$ ,  $b = \frac{R_{cn}}{R_{cn} + R_A}$  - параметры линейной зависимости. Из графика (или по МНК) можно найти численные значения этих параметров:  $a \approx 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^{-1}$ ,  $b \approx 0,27$ . Из выражений для этих коэффициентов находим, что

$$R_{cn} = \frac{b}{a} \approx 0,03 \text{ Ом};$$

$$R_A = \frac{r}{a} - R_{cn} \approx 0,08 \text{ Ом}.$$

## Задание 2. «Неупругий удар»

### Часть 1 – Теоретическая.

- 1.1 Приведенная формула следует из закона сохранения импульса
- 1.2 Приведенная формула следует из формулы (1) и выражения для кинетической энергии движущегося тела.
- 1.3 Приведенные формулы следуют из закона сохранения механической энергии

### Часть 2. Отношение скоростей.

Требуемые результаты измерений приведены в таблице 1 и на графиках рис 1 (для каждого угла отклонения проведено два измерения)

Таблица 1.

$x_0, \text{ мм}$	$\eta = 1$		$\eta = 2$	
	$x_1, \text{ мм}$	$x_1, \text{ мм}$	$x_1, \text{ мм}$	$x_1, \text{ мм}$
200	105	105	150	150
180	100	95	140	140
160	85	80	125	120
140	80	80	110	110
120	70	70	100	100
100	60	55	85	85
80	50	50	70	70
60	40	40	55	55
40	30	30	40	40

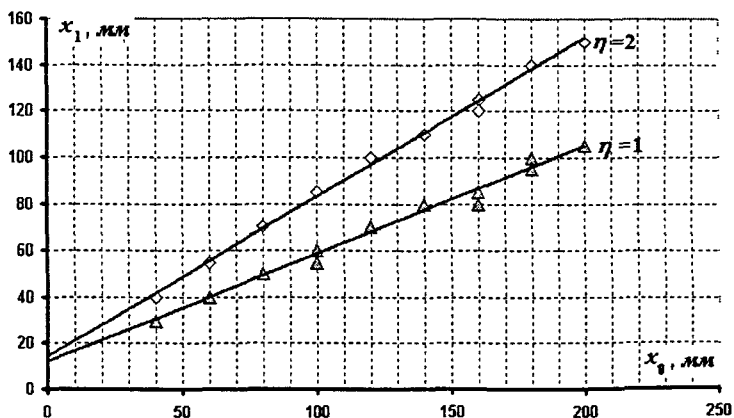


Рис. 1 Зависимость отклонения после удара от начального отклонения

Так как отклонения пропорциональны скоростям, то отношение отклонений равно отношению скоростей:  $\frac{v_1}{v_0} = \frac{x_1}{x_0}$ . Полученные данные подтверждают гипотезу о равенстве

отношения скоростей Однако прямые не проходят через начало координат, что связано с конечностью размеров шариков, то есть с наличием отклонения при соприкосновении шариков в нижнем положении. Величина этого начального отклонения равна приблизительно  $\Delta x_0 \approx 12 \text{ мм}$  в обоих случаях.

Измеренные по графикам коэффициенты наклона

$$\left( \frac{\Delta x_1}{\Delta x_0} \right)_{\eta=1} \approx 0,47 \quad \text{и} \quad \left( \frac{\Delta x_1}{\Delta x_0} \right)_{\eta=1} \approx 0,69,$$

равные отношению скоростей близки к теоретическим значениям 0,50 и 0,67, соответственно.

Следовательно, формула (1) подтверждается.

*В наших измерениях длины подвесов составляли 55 см. Отметим, что при отклонениях больших 20 см – линейность теряется, что связано с тем, что такие отклонения не являются малыми.*

### Часть 3. Потери энергии.

Для проведения измерений необходимо подвешивать шарики различных масс. При этом для каждой пары разных шариков можно (и нужно) получить два результата: первый раз отклонять один шарик, а второй – другой.

Все измерения проведены при начальном отклонении  $x_0 = 120 \text{ мм}$ .

Как и ранее, отношение скоростей до и после удара равно отношению отклонений

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{x_1}{x_0}. \quad (1)$$

Теоретическое значение данного отношения равно

$$\left( \frac{v_1}{v_0} \right)_T = \frac{m_0}{m_0 + m_1} = \frac{\eta}{\eta + 1}. \quad (2)$$

Долю энергии перешедшей в тепло можно рассчитать по экспериментальным данным следующим образом:

$$\delta = \frac{Q}{E_0} = \frac{m_0 v_0^2 - (m_0 + m_1) v_1^2}{m_0 v_0^2} = 1 - \frac{\eta + 1}{\eta} \left( \frac{x_1}{x_0} \right)^2. \quad (3)$$

Теоретическое значение этого отношения равно

$$\begin{aligned} \delta_T &= \frac{m_0 v_0^2 - (m_0 + m_1) v_1^2}{m_0 v_0^2} = 1 - \frac{(m_0 + m_1)}{m_0} \left( \frac{v_1}{v_0} \right)^2 = 1 - \frac{(m_0 + m_1)}{m_0} \left( \frac{m_0}{m_0 + m_1} \right)^2 \\ &= 1 - \frac{m_0}{m_0 + m_1} = \frac{m_1}{m_0 + m_1} = \frac{1}{\eta + 1} \end{aligned} \quad (4)$$

В таблице 2 приведены полученные результаты, как экспериментальных измерений, так и расчетов по приведенным выше формулам (1) и (3). На рис. 2, 3 построены графики полученных зависимостей, там приведены теоретические кривые, рассчитанные по формулам (2) и (4).



Таблица 2.

Отношение масс $\eta$	Конечное отклонение $x_1$ , мм	Отношение скоростей	Потери энергии, $\delta$
1	70	0,58	0,32
2	100	0,83	-0,04
0,5	40	0,33	0,67
1,33	80	0,67	0,22
0,75	65	0,54	0,32
4	110	0,92	-0,05
0,25	20	0,17	0,86
1	70	0,58	0,32
2	100	0,83	-0,04
0,5	35	0,29	0,74
1,33	85	0,71	0,12
0,75	65	0,54	0,32
4	105	0,88	0,04
0,25	20	0,17	0,86

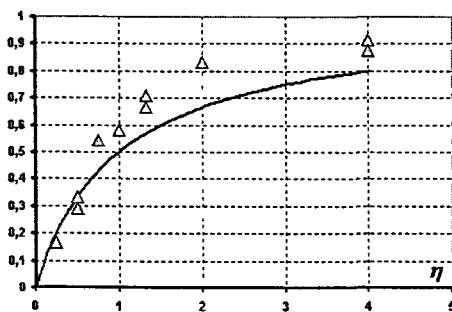


Рис. 2 Зависимость отношения скоростей от отношения масс (без поправки на начальное смещение)

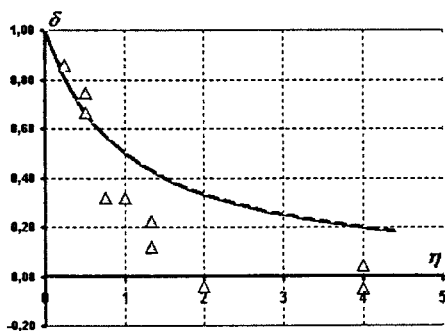


Рис.3 Зависимость доли потерь от отношения масс (без учета поправки на начальное смещение)

Видно, что экспериментальные и теоретические зависимости различаются существенно и систематически. Более того, в некоторых случаях получен абсурдный результат – потери энергии отрицательны?

Причина подобных расхождений заключается в том, что не учтена поправка на отклонение нитей в положении равновесия. Эту поправку можно учесть, уменьшив величину конечного отклонения  $x_1$ , мм на поправку  $\Delta x_0 \approx 12$  мм, найденную во второй части данной работы

В таблице 3 проведен перерасчет экспериментальных значений с учетом данной поправки. Ниже построены графики (Рис 4-5) с ее учетом

Таблица 3.

Отношение масс $\eta$	Конечное отклонение $x_1$ , мм	С учетом поправки $x_1 - \delta$	Отношение скоростей	Потери энергии, $\delta$
1	70	58	0,48	0,53
2	100	88	0,73	0,19
0,5	40	28	0,23	0,84
1,33	80	68	0,57	0,44
0,75	65	53	0,44	0,54
4	110	98	0,82	0,17
0,25	20	8	0,07	0,98
1	70	58	0,48	0,53
2	100	88	0,73	0,19
0,5	35	23	0,19	0,89
1,33	85	73	0,61	0,35
0,75	65	53	0,44	0,54
4	105	93	0,78	0,25
0,25	20	8	0,07	0,98

Как видно, учет указанной поправки приводит к согласованию экспериментальных и теоретических зависимостей.

Рис. 4 Зависимость относительных скоростей от относительных масс (с поправкой на начальное смещение)

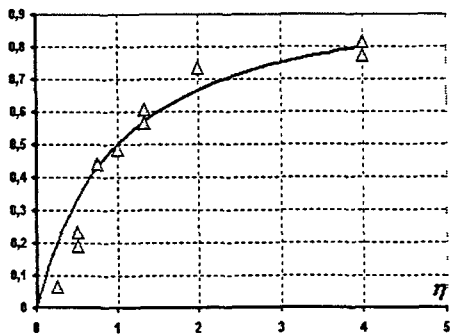
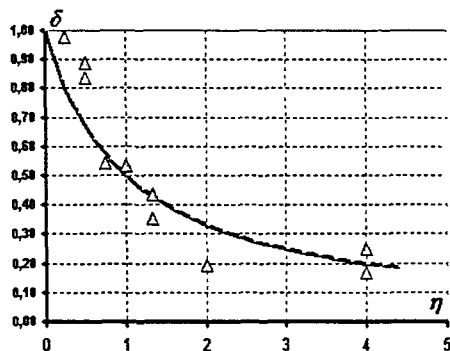
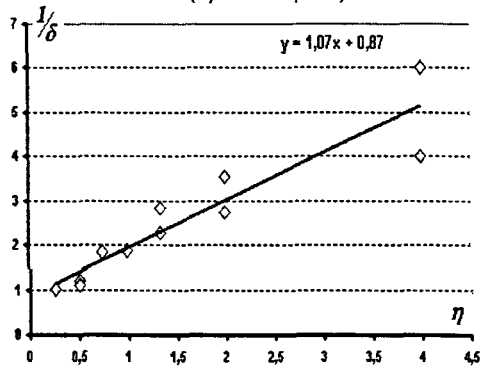


Рис. 5 Зависимость доли потерь от относительных масс (с поправкой на начальное смещение)



Линеаризованная энергетическая зависимость  
(с учетом поправки)



Еще более впечатляющим и разумным способом проверки является линеаризация зависимости (4) посредством очевидного преобразования

$$\frac{1}{\delta} = \eta + 1.$$

На рис. 6 приведена данная зависимость (с учетом поправки) и приведено ее уравнение – очень хорошее соответствие экспериментальных данных и теоретической зависимости.