


## УТВЕРЖДЕНО

Заместитель председателя оргкомитета  
заключительного этапа республиканской олимпиады

  
К.С. Фарино.

« 20 » декабря 2006 года



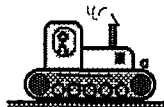
# Республиканская физическая олимпиада (III этап) 2007 год Теоретический тур

## 10 класс.

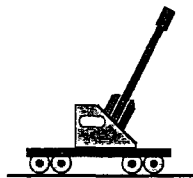
### Задание 1. «Просто разминка»

Ускорение свободного падения на поверхности Земли считать равным  $g = 10 \frac{M}{c^2}$ .

1.1 Верхняя часть гусеницы трактора движется относительно земли со скоростью  $V_0 = 2,0 \frac{M}{c}$ . С какой скоростью движется трактор?



1.2 Ствол пушки, размещенной на железнодорожной платформе, расположен под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Платформа может двигаться по горизонтальным рельсам. Начальная скорость вылета снаряда равна  $V_0 = 400 \frac{M}{c}$ . Чтобы увеличить дальность полета

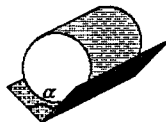


снаряда платформу разгоняют до скорости  $v_1 = 72 \frac{KM}{час}$ . На сколько

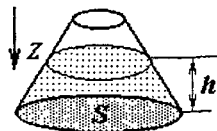
процентов увеличится дальность полета снаряда, выпущенного с движущейся платформы, по сравнению с дальностью полета снаряда, выпущенного с жестко закрепленной платформы? Масса платформы значительно больше массы снаряда.

Военные действия происходят на Марсе, где можно пренебречь сопротивлением атмосферы.

1.3 Желоб изготовлен из двух широких одинаковых досок, образующих двугранный угол  $\alpha = 60^\circ$ . Желоб расположили так, что его ребро горизонтально, а стороны симметричны относительно вертикали. Внутри желоба положили цилиндр массой  $m = 2,0 \text{ кг}$ . Коэффициент трения между стенками желоба и боковой поверхностью цилиндра равен  $\mu = 0,30$ . Какую минимальную горизонтально направленную силу необходимо приложить к цилиндру, чтобы он начал двигаться вдоль желоба, параллельно ребру?



1.4 В вертикальный сосуд, имеющий форму усеченного конуса, налита вода, масса которой равна  $m = 1,0 \text{ кг}$ . Высота уровня воды в сосуде равна  $h = 10 \text{ см}$ . Площадь дна сосуда равна  $S = 200 \text{ см}^2$ . Чему равна суммарная сила давления воды на боковые стенки сосуда?



1.5 На твердой горизонтальной поверхности сделан неглубокий круговой желобок, по которому, как по направляющим могут двигаться без трения два небольших шарика (Рис. 2). Масса первого шарика  $m_1 = 20,0 \text{ г}$ , второго  $m_2 = 30,0 \text{ г}$ .

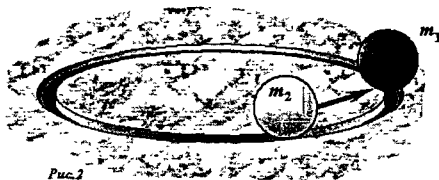


Рис. 2

Радиусы шариков малы, по сравнению с радиусом желобка. Второму шарiku сообщают некоторую скорость в направлении покоящегося первого. Шары сталкиваются между собой абсолютно упруго. Укажите точку тринадцатого столкновения между шарами.

Указание. Положение точки на окружности удобно задавать с помощью угла  $\varphi$ , отсчитываемого от начального положения неподвижного шара (Рис. 3)

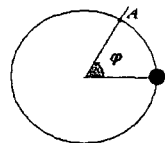


Рис. 3

## Задание 2. «Вес и сжатие»

Реальные жидкости сжимаемы. Эксперименты показывают, что относительное уменьшение  $\frac{\Delta V}{V_0}$  объема реальной жидкости ( $\Delta V = (V - V_0) < 0$ ) прямо пропорционально увеличению внешнего давления  $\Delta p = p - p_0$

$$\frac{\Delta V}{V} = -\beta \Delta p \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\beta V \Delta p,$$

где коэффициент  $\beta$  — сжимаемость жидкости. Знак минус в (1) отражает тот факт, что при увеличении внешнего давления ( $\Delta p > 0$ ) объем жидкости уменьшается.

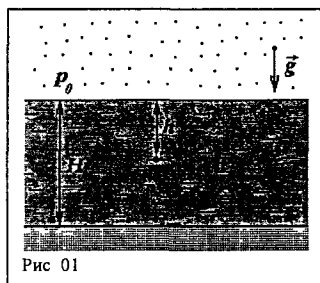
Рассмотрим горизонтальный слой реальной жидкости глубиной  $H$ , находящийся в постоянном гравитационном поле земли. Плотность жидкости у поверхности слоя  $\rho_0$ , ее сжимаемость  $\beta$ . Атмосферное давление  $p_0$  (рис. 01).

1. «Самосжатие» Поскольку давление в жидкости увеличивается с глубиной, то нижние слои будут сжаты сильнее верхних.

1.1 Оцените уменьшение  $\Delta H$  глубины слоя реальной жидкости под действием собственного веса. Вычислите  $\Delta H$  для мирового океана, принимая,  $H = 10,0 \text{ км}$ , плотность несжатой морской воды

$$\rho_0 = 1,03 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \text{сжимаемость морской воды}$$

$$\beta = 4,71 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}, \quad g = 9,81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}.$$



1.2 «Плотность» Найдите зависимость  $\rho(h)$  плотности воды от глубины  $h$  погружения. На сколько процентов увеличивается плотность морской воды на дне океана ( $H = 10 \text{ км}$ ) по сравнению с ее плотностью у поверхности?

1.3 «Давление» Найдите зависимость давления  $p(h)$  реальной жидкости от глубины  $h$  погружения. Атмосферное давление  $p_0$ .

1.4. «Утонувший летучий голландец» При какой плотности  $\rho_1$  однородный брусок, начавший тонуть у поверхности мирового океана, «зависнет» на глубине  $h = 5,00 \text{ км}$ ?

В ряде учебных пособий рассматривается равномерно заряженная по объему жидкость. Будем считать, что способ ее получения уже известен.

2. «Заряженная жидкость» Рассмотрим слой несжимаемой непроводящей жидкости глубиной  $H$ . Плотность жидкости  $\rho$ , объемная плотность ее заряда постоянна и равна  $\gamma$ . Ускорение свободного падения  $g$ . Атмосферное давление  $p_0$ .

2.1 Найдите зависимость давления  $p(h)$  заряженной жидкости от глубины погружения  $h$ .

2.2 Оцените максимально возможную толщину слоя  $H_{\text{max}}$  заряженной жидкости.

2.3 Определите массу  $m$  непроводящего незаряженного кубика с ребром длиной  $a$ , если при опускании в заряженную жидкость он плавает в ней так, что его верхняя грань касается поверхности жидкости.

### Задание 3. «Осторожней на поворотах»

В этой задаче мы предлагаем вам рассмотреть поведение автомобиля при повороте на большой скорости. Для этого необходимо познакомимся с таким явлением, как «увод» шины и выяснить, какие силы заставляют автомобиль поворачивать.

Поставим автомобильное колесо на движущуюся ленту транспортера под некоторым маленьким углом  $\varphi$  к направлению движения ленты и приложим к нему вертикальную нагрузку  $N$  (рис 1 и 2).

Вначале колесо будет скользить и раскручиваться. Когда скольжение прекратится, исчезнет сила трения, направленная вдоль плоскости колеса, однако останется некоторая сила, действующая в перпендикулярном направлении, стремящаяся увести колесо в сторону. Эта сила по своей сути является силой трения покоя. Причина ее возникновения – деформация шины вблизи пятна контакта. Присутствие этой силы и заставляет автомобиль поворачивать, т.е. сумма сил увода, действующих на каждое колесо автомобиля, является центробежной силой. Таким образом, при поворотах плоскость колеса всегда немного повернута относительно вектора скорости движения центра колеса (колеса едут не туда куда «смотрят»).

Экспериментально установлено, что для малых углов  $\varphi$  сила  $F$  линейно растет с увеличением  $\varphi$ , т.е.  $F = k\varphi N$ , где  $k$  – коэффициент сопротивления боковому уводу, который зависит от типа шины, а  $N$  – величина нагрузки. Когда  $\varphi$  превышает некоторое значение  $\varphi_{sp}$  (в реальных условиях  $\varphi_{sp}$  меньше десяти градусов), то начинается скольжение и сила трения резко падает до значения  $F = \mu N$ , где  $\mu$  – обычный коэффициент трения скольжения, т.е.  $k\varphi_{sp} N > \mu N$ . График зависимости силы трения, действующей на колесо, от угла  $\varphi$  между плоскостью колеса и направлением движения его центра представлен на рисунке 3.

Рассмотрим автомобиль со следующими характеристиками: масса –  $M$ , длина базы (расстояние между осями) –  $L$ , ширина (расстояние между колесами одной оси) –  $d$ , расстояния от центра тяжести  $C$  до передней и задней оси равны соответственно  $a$  и  $b$  ( $a+b=L$ ), высота центра тяжести –  $h$ . Схематическое изображение автомобиля приведено на рисунке 4.

Углом поворота называется угол, под которым видна база автомобиля из центра кривизны поворота, т.е. отношение  $L$  к  $R$  (рис 5). На этом рисунке

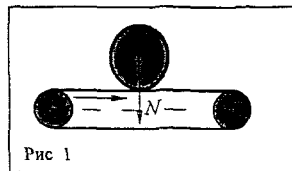


Рис 1

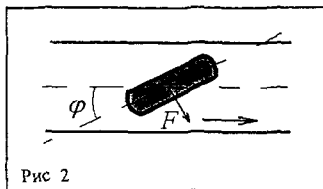


Рис 2

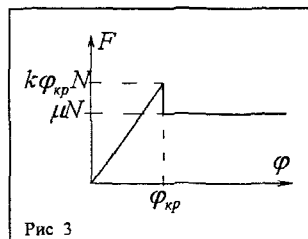


Рис 3

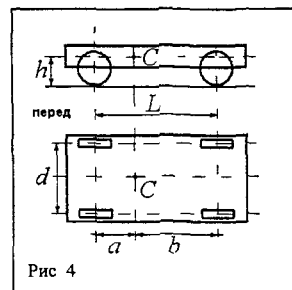


Рис 4

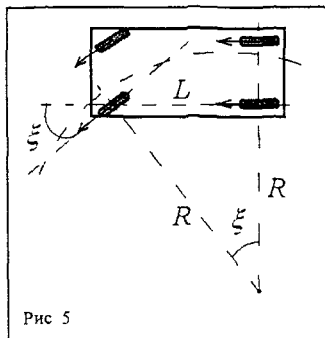


Рис 5

схематически изображён поворот автомобиля на очень маленькой скорости. При этом угол увода практически равен нулю (центробежная сила очень маленькая) и векторы скоростей движения центров колёс лежат в их плоскостях. Т.е. при повороте передних колёс на угол  $\xi$  относительно продольной оси корпуса, автомобиль также поворачивает под углом  $\xi$ . В задаче рассматриваются повороты достаточно большого радиуса (угол  $\xi$  очень маленький), поэтому можно пренебречь различиями в траектории левых и правых колёс автомобиля.

При поворотах на большой скорости ситуация изменяется. Для того чтобы реализовать большую центробежную силу, углы увода у колёс должны быть отличными от нуля. В итоге автомобиль поворачивает не под углом  $\xi$ , а под некоторым углом  $\theta$ . Ситуация быстрого поворота изображена на рисунке 6 (углы сильно преувеличены). Углы увода передних и задних колёс обозначены  $\varphi_{II}$  и  $\varphi_{З}$  соответственно.

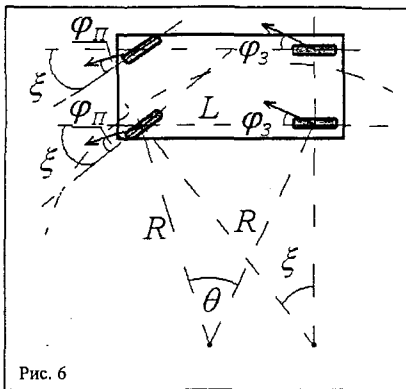


Рис. 6

Приступим к анализу явления:

1. Выразите угол  $\theta$  через  $\xi$ ,  $\varphi_{II}$  и  $\varphi_{З}$ .

2. Автомобиль входит в левый поворот большого радиуса  $R$  на скорости  $v$ . Определите величину нагрузки на каждое колесо:  $N_{IIЛ}, N_{IIП}, N_{ЗЛ}, N_{ЗП}$  (первый индекс: II – переднее, З – заднее; второй индекс: Л – левое, П – правое). Поворот проходит без скольжения.

Для описания поведения автомобиля при поворотах используют термин «поворачиваемость». Поворачиваемость бывает нейтральной, избыточной или недостаточной. Т.е. при повороте передних колёс на некоторый угол  $\xi$ , автомобиль может поворачивать под этим же углом, под углом большим или меньшим  $\xi$ :  $\theta = \xi, \theta > \xi$  или  $\theta < \xi$  соответственно.

3. Покажите, что при одинаковых коэффициентах увода  $k$  передних и задних шин автомобиль будет иметь нейтральную поворачиваемость. Имейте в виду, что углы очень маленькие, поэтому можно считать, что силы трения, действующие на колёса, направлены вдоль оси, соединяющей центр тяжести автомобиля и центр кривизны поворота, т.е. сонаправлены с центробежным ускорением.

4. Определите максимальную безопасную (автомобиль не скользит) скорость  $v_{max}$  движения в повороте радиуса  $R$ . Критический угол увода равен  $\varphi_{кр}$ .

Далее шины также будем считать одинаковыми.

Для изменения поведения автомобиля на дороге меняют угол схождения передних

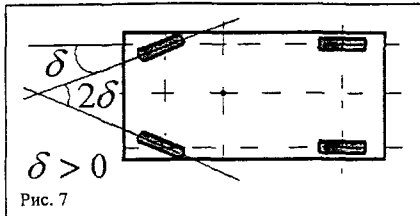


Рис. 7

или задних колёс. Угол схождения положительный, если колёса «смотрят» вовнутрь и отрицательный, если наружу. Мы рассмотрим только случай изменения схождения передних колёс. На рисунке 7 изображена ситуация положительного схождения передних колёс. Угол для наглядности сильно преувеличен, в реальности его величина составляет единицы градусов.

5. Определите, при каких  $\delta$  автомобиль обладает избыточной, а при каких недостаточной поворачиваемостью.

6. Покажите, что при избыточной поворачиваемости существует максимальная скорость  $v_{crit}$  устойчивого прямолинейного движения автомобиля. Определите эту скорость.

7. Определите максимальную безопасную скорость  $v'_{max}$  движения в повороте радиуса  $R$  при избыточной поворачиваемости. Критический угол увода равен  $\varphi_{кр}$ .